Dreieichschule - Gymnasium Langen
Abiturprüfung 2004 - Mathematik Leistungskurs-Sy
Vorschlag A

Aufgabe 1
Gegeben ist die Funktion $f_k(x) = e^{-kx} \cdot \cos(kx)$ mit dem Parameter $k>0$
a) Bilden Sie allgemein die beiden ersten Ableitungen.
b) Bestimmen Sie allgemein die Nullstellen von $f_k(x)$, $f_k'(x)$ und $f_k''(x)$
c) Welchen Punkt haben alle Funktionsgraphen von $f_k(x)$ (unabhängig von k) gemeinsam?
d) Führen Sie für den Fall $k = \pi/2$ im Intervall $[-1 \leq x \leq 3]$ eine Kurvendiskussion durch.
e) Berechnen Sie für den speziellen Fall von 1d) die Steigung des Graphen an der Stelle $x= -1$.
Bestimmen Sie nun 3 weitere, sinnvoll gewählte Punkte und zeichnen Sie den Funktionsgraphen unter Verwendung aller bestimmten Eigenschaften. (Eine Einheit = 5 cm!)
f) Bestimmen Sie durch zweifache, partielle Integration den Wert des Integrals $\int_0^b e^{-kx} \cos(kx)\,dx$
und bilden Sie den Grenzwert des Integralwertes für $b \to \infty$

Aufgabe 2
Gegeben ist die Matrix $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

a) Bilden Sie allgemein die inverse Matrix $\mathbf{A}^{-1}$. Unter welchen Umständen ist dies nicht möglich?
b) Lösen Sie für den speziellen Fall $\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ das Gleichungssystem $\mathbf{M} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 3 \end{pmatrix}$
c) Fassen Sie die beiden Gleichungen des Gleichungssystems von 2b) als Geradendarstellungen in der x-y-Ebene auf. Berechnen Sie den Winkel, unter dem sich beide Geraden schneiden.
d) Für bestimmte Vektoren $\vec{v}$ ergibt sich für das Produkt $\mathbf{M} \cdot \vec{v}$: $\mathbf{M} \cdot \vec{v} = k \cdot \vec{v}$ mit $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $\vec{v} \neq \vec{0}$
Ermitteln Sie die bei der Matrix **M** möglichen Werte von k und geben sie jeweils einen zugehörigen Vektor $\vec{v}$ an, für den die Gleichung $\mathbf{M} \cdot \vec{v} = k \cdot \vec{v}$ erfüllt ist.

e) Die unter c) beschriebenen 2 Geraden sind die Schnittgeraden von zwei Ebenen E_1 und E_2 mit der x-y- Koordinatenebene. Beide Ebenen haben einen gemeinsamen Punkt (0 ; 0 ; h) auf der z-Achse.
Wählen Sie h so, dass sich die beiden Ebenen rechtwinklig schneiden.

Aufgabe 3
Ein Test zum Vordiplom an der Uni enthält eine Frage mit vier plausibel wirkenden Antwortmöglichkeiten.
Nur eine Antwort ist jedoch richtig. BesucherInnen der Vorlesung finden (nach Meinung der Professorin) die richtige Antwort mit Sicherheit heraus, alle anderen können nur zufällig eine Möglichkeit ankreuzen.
a) Von 320 StudentInnen kreuzen 224 die richtige Antwortmöglichkeit an.
Wie viele StudentInnen schwänzten (nach Meinung der Professorin) die Vorlesung ?
b) Ein Lernpsychologe überzeugt die Professorin, dass auch BesucherInnen *ihrer* Vorlesung zum Teil auf „RATEN“ angewiesen sind.
Er rechnet damit, dass 20% der VorlesungsbesucherInnen die richtige Antwort wieder vergessen haben.
Ermitteln Sie unter dieser Bedingung den Anteil der VorlesungsbesucherInnen an den Prüflingen.
c) Gehen Sie nun davon aus, dass 75% aller Prüflinge die Vorlesung besuchten, 20% davon aber vergesslich sind.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine StudentIn aus der Gruppe derjenigen die die Frage richtig beantworteten, die Vorlesung schwänzte ?
d) Wie hoch müsste die Anzahl n der Antwortmöglichkeiten mindestens sein, damit bei 25% SchwänzerInnen der Anteil der VorlesungsschwänzerInnen an den richtig Antwortenden unter 5% sinkt ?
e) Bei einer weiteren Frage mit 4 Antwortmöglichkeiten haben **alle 320** Prüflinge nur **geraten** .
Wie Wahrscheinlich ist es, dass dann die Anzahl richtiger Antworten ab 71 bis 90 liegt ?
(Benutzen Sie die Tabelle zur Normalverteilung.)

Erlaubte Hilfsmittel: Formelsammlung, Tabelle zur Normalverteilung, Taschenrechner.